IAD – Rachunek prawdopodobieństwa – egzamin – zestaw 3

1. Badając chorego, lekarz nie może postawić jednoznacznej diagnozy. Zaobserwowane objawy mogą być bowiem wynikiem pewnej groźnej choroby, mogą też być jednak spowodowane innymi przejściowymi czynnikami. Wiadomo, że podejrzewana choroba występuje w populacji, z której pochodził badany, z prawdopodobieństwem 0,001 oraz powoduje zaobserwowane zmiany z prawdopodobieństwem 0,8. Z innych powodów występują one przeciętnie jeden raz na sto przypadków. Jakie jest zatem prawdopodobieństwo, że badany pacjent zapadł na podejrzewaną chorobę.

2. Dwa miejsca A i B połączone trzema równoległymi ścieżkami, na których jest pięć mostów zwodzonych podnoszonych niezależnie i usytuowanych według następującego schematu:

   - I ścieżka: dwa mosty, z których każdy jest podnoszony z prawdopodobieństwem 0,2.
   - II ścieżka: jeden most, podnoszony z prawdopodobieństwem 0,4
   - III ścieżka: dwa mosty, z których jeden jest podnoszony z prawdopodobieństwem 0,1, a drugi z prawdopodobieństwem 0,5.

   Z jakim prawdopodobieństwem Przynajmniej jedna ścieżka jest w danej chwili przejezdna

3. Wyznaczyć prawdopodobieństwo, że wśród 10 000 cyfr losowych cyfra 7 pojawi się nie więcej niż 968 razy?

4. Gęstość wektora losowego (X, Y) jest postaci

   $$f(x,y) = \begin{cases} \frac{3}{4}x + 2xy + \frac{1}{4}y, & \text{dla } 0 < x < 1, 0 < y < 1 \\ 0, & \text{poza} \end{cases}$$

   Wyznaczyć współczynnik korelacji liniowej $\rho_{X,Y}$. Zbadać niezależność zmiennych X i Y

5. Wynik pomiaru jest obarczony błędem systematycznym $m = 50[j.u]$ oraz błędem przypadkowym będącym zmienną losową o rozkładzie $N(0, 1000^2[j.u]^2)$. Błąd całkowity jest sumą tych błędów. Obliczyć prawdopodobieństwo tego, że

   (a) wartość bezwzględna błędu całkowitego jest mniejsza od $75[j.u]$,
   (b) wynik pomiaru nie przekracza rzeczywistej wartości mierzonej wielkości

6. Długość boku kwadratu jest zmienną losową o rozkładzie jednostajnym na przedziale $[0; 1]$. Wyznaczyć dystrybuantę, gęstość i wartość oczekiwaną zmiennej losowej, która jest polem tego kwadratu.

7. $P(A) = \frac{1}{2}, P(B) = \frac{1}{4}$ i $P(A \cap B) = \frac{1}{6}$. Wyznaczyć prawdopodobieństwa: $P(A' \cap B), P(A' \cap B')$