

Kolokwium II, IAD II rok, Rachunek prawdopodobieństwa. Grupa A

26.01.22

Zadanie 1 (8 pkt) Dwuwymiarowa zmienna losowa (X, Y) ma rozkład prawdopodobieństwa określony następująco

$$P[X = 0, Y = 2] = c^2, \quad P[X = 0, Y = 3] = 0,25 \quad P[X = 1, Y = 2] = 0,25 \quad P[X = 1, Y = 3] = 0,25$$

Wyznaczyć stałą c . Wyznaczyć rozkłady brzegowe. Wyznaczyć prostą regresji II rodzaju. Czy zmienne losowe X i Y są niezależne, czy są skorelowane? Wyznaczyć wartość dystrybucyjną $F(x, y)$ (w punkcie $(1, 2)$).

Zadanie 2 (4 pkt) Niech X będzie zmienną losową o rozkładzie normalnym $N(10, 5)$. Obliczyć $P(|X - 10| \leq 5)$.

Zadanie 3 (4 pkt) Wydział informatyki pragnąłby przyjąć nie więcej niż 130 kandydatów. Zdających jest 400, a szansa zaliczenia testu wynosi 0.3. Jakie jest prawdopodobieństwo, że Wydział będzie miał kłopoty z nadmiarem kandydatów?

Zadanie 4 (4 pkt) Zmienne losowe $X_1, X_2, \dots, X_n$ są niezależne o rozkładzie jednostajnym na odcinku $[1; 3]$. Niech

$$X = \sum_{k=1}^{60} X_k.$$

Obliczyć przybliżoną wartość wyrażenia $P(118 < X < 123)$.

Zadanie 5 (4 pkt) Poniższa tabela przedstawia liczbę defektów w 20 przetestowanych modułach programu. Zakładając, że zmienna losowa opisuje tę liczbę ma rozkład Poissona. Oblicz prawdopodobieństwo, że losowo wybrany moduł będzie zawierał 3 lub więcej defektów.

ilość defektów	0	1	2	3	4	5	6
częstość	4	3	5	2	4	1	1

Zadanie 6 (5 pkt) Wyznaczyć funkcję charakterystyczną dla zmiennej losowej o a) gęstości $f(x) = 4x \cdot I_{[0, \frac{1}{2}]} + (4 - 4x)I_{(\frac{1}{2}, 1]}$

Zadanie 7 (4 pkt) Zmienna losowa X ma gęstość $f(x) = \frac{1}{2}e^x I_{[0, \ln 3]}$. Wyznacz funkcję gęstości zmiennej $Y = e^X$.

Zadanie 8 (5 pkt) Wyznacz pierwszy EX^3 , gdy zmienna losowa X ma rozkład Poissona. Wyznacz funkcję charakterystyczną tej zmiennej losowej.

Zadanie 9 (4 pkt) Gęstość wektora losowego jest postaci: $f(x) = \begin{cases} c(\frac{3}{4} + 2xy + \frac{1}{4}y), & \text{dla } 0 < x < 1, 0 < y < 1 \\ 0, & \text{dla pozostałych } (x, y) \end{cases}$

Wyznacz stałą c oraz rozkłady brzegowe