

Rachunek prawdopodobieństwa - egzamin "0" - zestaw 1

2025-01-21

1. Gracz rzuca dwiema kostkami. Jeżeli suma oczek jest nie większa niż 4, to dostaje 10 zł, jeżeli większa niż 10 - płaci 5 zł, a w pozostałych przypadkach płaci 1 zł. Niech wartości zmiennej losowej X będą liczbami wygranych (przeigranych) złotych. Wyznaczyć rozkład i dystrybuantę zmiennej losowej X , wartość oczekiwaną EX i wariancję $D^2(X)$. Jakie jest prawdopodobieństwo nieprzegrania w tej grze?
2. Test na rzadką chorobę, którą dotknięta jest średnio jedna na 1000 osób, daje fałszywą pozytywną odpowiedź w 5% przypadków (u osoby chorej daje zawsze pozytywną odpowiedź). Jakie jest prawdopodobieństwo, że osoba, u której test dał odpowiedź pozytywną, jest faktycznie chora? Zakładamy, że nic nie wiemy o innych możliwych objawach u badanej osoby.
3. Mamy 100 obrabiarek pracujących niezależnie od siebie, o tej samej mocy i tym samym sposobie pracy. Każda z nich jest włączona w ciągu 0,8 całego czasu pracy. Jakie jest prawdopodobieństwo, że w dowolnie wybranej chwili będzie włączonych od 70 do 86 obrabiarek?
4. Zmienna losowa X ma gęstość prawdopodobieństwa $f(x) = \alpha(1-x)I_{(0,1)}$.
Wyznaczyć parametr α , dystrybuantę zmiennej losowej X , wartość oczekiwaną EX , wariancję $D^2(X)$, funkcję charakterystyczną zmiennej X oraz funkcję gęstości zmiennej $Y = e^X$.
5. Dwuwymiarowa zmienna losowa ma funkcję prawdopodobieństwa daną za pomocą tabeli

X/Y	-1	0
0	c^2	$\frac{c}{2}$
1	$\frac{c}{2}$	$\frac{1}{4}$

Wyznaczyć stałą c , dystrybuantę $F(x,y)$ dwuwymiarowej zmiennej losowej (X,Y) , zbadać niezależność zmiennych losowych X i Y . Wyznaczyć współczynnik korelacji między zmiennymi X i Y .