

I kolokwium z przedmiotu FUNKCJE ELEMENTARNE dla grupy 1.4 I roku kierunku IAD

26.11.2024

Zadanie 1. (6p.) Rozwiązać nierówność: $|x - |6x + 3|| \geq \sqrt{16 + 32x + 16x^2}$

Zadanie 2. (5p.) Wykazać, że dla dowolnych liczb $x \geq 0$ oraz $y \geq 0$ spełniających warunek $x \geq y$ prawdziwa jest równość

$$\sqrt{\sqrt{x} + \sqrt{y}} = \sqrt{\frac{\sqrt{x} + \sqrt{x-y}}{2}} + \sqrt{\frac{\sqrt{x} - \sqrt{x-y}}{2}}$$

Zadanie 3. (5p.) W rozwinięciu dwumianowym wyrażenia $\left(\sqrt[6]{x} - \frac{2}{\sqrt{x}}\right)^{20}$, gdzie $x > 0$, wyznaczyć wyraz który zawiera x^2 .

Zadanie 4. (5p.) Wykazać metodą indukcji matematycznej, że dla każdej liczby naturalnej $n \geq 3$ prawdziwa jest nierówność $2(n-1)^2 + 2 \leq n(n^2 - 3)$

Zadanie 5. (2p. + 2p. + 2p. + 3p.) Dane są funkcje f i g określone następująco:

$$f(x) = \begin{cases} -(x-2)^2 + 1, & \text{dla } x < 0 \\ (x-2)^2 - 1, & \text{dla } x \geq 0 \end{cases} \quad \text{oraz} \quad g(x) = \begin{cases} x^2, & \text{dla } x < 0 \\ -\sqrt{x}, & \text{dla } x \geq 0 \end{cases}$$

- (a) Zbadać z definicji parzystość/nieparzystość funkcji f .
- (b) Zbadać z definicji monotoniczność funkcji f w zbiorze $\langle 2, +\infty \rangle$
- (c) Zbadać z definicji różnowartościowość funkcji g .
- (d) Wyznaczyć funkcję złożoną $f \circ g$. Doprowadzić wzór do jak najprostszej postaci.