

# Rachunek prawdopodobieństwa - egzamin “0” - zestaw 1

2025-01-21

1. Gracz rzuca dwiema kostkami. Jeżeli suma oczek jest nie większa niż 4, to dostaje 10 zł, jeżeli większa niż 10 - płaci 5 zł, a w pozostałych przypadkach płaci 1 zł. Niech wartości zmiennej losowej  $X$  będą liczbami wygranych (przeigranych) złotych. Wyznaczyć rozkład i dystrybuantę zmiennej losowej  $X$ , wartość oczekiwaną  $EX$  i wariancję  $D^2(X)$ . Jakie jest prawdopodobieństwo nieprzegrania w tej grze?
2. Test na rzadką chorobę, którą dotknięta jest średnio jedna na 1000 osób, daje fałszywą pozytywną odpowiedź w 5% przypadków (u osoby chorej daje zawsze pozytywną odpowiedź). Jakie jest prawdopodobieństwo, że osoba, u której test dał odpowiedź pozytywną, jest faktycznie chora? Zakładamy, że nic nie wiemy o innych możliwych objawach u badanej osoby.
3. Mamy 100 obrabiarek pracujących niezależnie od siebie, o tej samej mocy i tym samym sposobie pracy. Każda z nich jest włączona w ciągu 0,8 całego czasu pracy. Jakie jest prawdopodobieństwo, że w dowolnie wybranej chwili będzie włączonych od 70 do 86 obrabiarek?
4. Zmienna losowa  $X$  ma gęstość prawdopodobieństwa  $f(x) = \alpha(1-x)I_{(0,1)}$ .  
Wyznaczyć parametr  $\alpha$ , dystrybuantę zmiennej losowej  $X$ , wartość oczekiwaną  $EX$ , wariancję  $D^2(X)$ , funkcję charakterystyczną zmiennej  $X$  oraz funkcję gęstości zmiennej  $Y = e^X$ .
5. Dwuwymiarowa zmienna losowa ma funkcję prawdopodobieństwa daną za pomocą tabeli

$X/Y$	-1	0
0	$c^2$	$\frac{c}{2}$
1	$\frac{c}{2}$	$\frac{1}{4}$

Wyznaczyć stałą  $c$ , dystrybuantę  $F(x,y)$  dwuwymiarowej zmiennej losowej  $(X,Y)$ , zbadać niezależność zmiennych losowych  $X$  i  $Y$ . Wyznaczyć współczynnik korelacji między zmiennymi  $X$  i  $Y$ .