

IAD – Rachunek prawdopodobieństwa – egzamin – zestaw 2

1. W miesiącu działają dwa przedsiębiorstwa taksówkowe: Zielone Taxi (85% samochodów) i Niebieskie Taxi (15% samochodów). Świadek nocnego wypadku zakończonego ucieczką kierowcy twierdzi, że samochód był niebieską taksówką. Eksperyment wykazał, że świadek rozpoznaje kolor poprawnie w 80% przypadków, a myli się w 20% przypadków. Jaka jest szansa, że rzeczywiście w wypadku uczestniczyła niebieska taksówka.
2. Dwóch przyjaciół umówiło się na spotkanie pomiędzy godziną 10 a 11. Przychodzą w umówione miejsce niezależnie od siebie i każdy z nich zobowiązał się czekać 20 minut. Jakie jest prawdopodobieństwo, że przyjaciele spotkają się?
3. Mamy 100 żarówek wyprodukowanych przez pewną fabrykę. Do lampy wkręcamy jedną z nich gdy się przepali zastępujemy ją następną żarówką i dalej postępujemy w ten sam sposób. Jakie jest prawdopodobieństwo, że posiadany zapas żarówek wystarczy na co najmniej 80000 godzin świecenia, jeżeli czas świecenia żarówki pochodzącej z tej fabryki jest zmienną losową o rozkładzie wykładniczym $f(x) = \frac{1}{1000} \cdot e^{-\frac{x}{1000}} I_{(0;\infty)}(x)$?
4. Załóżmy, że X_1, X_2, X_3 są niezależnymi zmiennymi losowymi o jednakowym rozkładzie jednostajnym na przedziale $[0,2]$. Obliczyć EZ , gdzie $Z = \min(X_1, X_2, X_3)$.
5. Zmienna losowa T_F wyrażająca temperaturę w stopniach Fahrenheita ma rozkład jednostajny na przedziale $[t_1; t_2]$, $t_1, t_2 \in \mathbb{R}$. Znaleźć rozkład zmiennej losowej $T_C = (\frac{5}{9})(T - 32)$. Wyznaczyć dystrybuantę, wartość oczekiwaną, wariancję i funkcję charakterystyczną zmiennej losowej T_C .
6. Dwuwymiarowa zmienna losowa (X, Y) ma rozkład prawdopodobieństwa określony następująco:
 - $P[X = 1, Y = 1] = P[X = 2, Y = 1] = P[X = 2, Y = 2] = 0,1$
 - $P[X = 1, Y = 2] = 0,3$
 - $P[X = 3, Y = 1] = 0,3$
 - $P[X = 3, Y = 2] = 0,1$
 - (a) Czy zmienne losowe X i Y są niezależne?
 - (b) Wyznaczyć postać regresji II rodzaju.
 - (c) Wyznaczyć wartość dystrybuanty $F_{(X,Y)}$ w punktach $(1, 1), (3, 2)$.
7. Pokazać, że jeśli $P(A) = 0.7$ i $P(B) = 0.8$, to $P(A \cap B) \geq 0.5$.