

Rachunek prawdopodobieństwa – egzamin poprawkowy I/zaliczenie

poprawkowe I – zestaw 2

1. W mieście działają dwa przedsiębiorstwa taksówkowe: Zielone Taxi (85% samochodów) i Niebieskie Taxi (15%). Świadek nocnego wypadku zakończonego ucieczką kierowcy twierdzi, że samochód był niebieski. Eksperymenty wykazały, że świadek rozpoznaje kolor poprawnie w 80% przypadków, a myli się w 20% przypadków. Jakie jest prawdopodobieństwo, że w wypadku uczestniczyła niebieska taksówka?
2. Podać i udowodnić lokalne tw. graniczne Poissona. W pewnej firmie wykonuje się rocznie około miliona operacji księgowania. Wiadomo, że 0,1% to księgowania z błędami. Przy kontroli przedsiębiorstwa losuje się w celu dokładnego sprawdzenia 2500 pozycji księgowania (losowania ze zwracaniem). Wyznaczyć prawdopodobieństwo, że przy kontroli kontroli zostaną znalezione nie więcej niż dwie źle zaksięgowane pozycje. Jaka jest wartość oczekiwana i wariancja liczby źle zaksięgowanych pozycji? Na 200 przeprowadzonych kontroli w ilu teoretycznie należy oczekiwać jednej źle zaksięgowanej pozycji, a w ilu braku popełnionych błędów?
3. Funkcja $f(x,y) = \begin{cases} e^{-x}, & \text{dla } y \leq x+c, y > 0 \\ 0, & \text{dla pozostałych } (x,y) \end{cases}$ jest gęstością prawdopodobieństwa wektora losowego (X,Y)
Wyznaczyć stałą c . Obliczyć $P[X > \frac{1}{2} | Y > \frac{1}{2}]$. Czy zmienne losowe X i Y są niezależne?
4. Zmienne losowe X i Y są niezależne o jednakowym rozkładzie $N(0,1)$. Wyznaczyć gęstość prawdopodobieństwa zmiennej losowej $Z = X + Y$.
5. Niech X będzie zmienną losową o rozkładzie Poissona z parametrem $\lambda = 3$. Wyznaczyć EX^3 . Podać twierdzenie, które określa związki pomiędzy n -tym momentem zwykłym zmiennej X , a funkcją charakterystyczną tej zmiennej.
6. W Polsce jest 24,6 mln podatników (dane z roku 1998) i każdy z nich myli się przy wypełnianiu zeznania podatkowego. Wartość błędu dla i -tego podatnika jest zmienną losową, gdzie $EX_i = 0$ i $D^2X_i = 10000$; zakładamy ponadto niezależność zmiennych X_i . Jaka jest szansa, że straty państwa w wyniku tych błędów przekroczą 1 grosz na podatnika?
7. Adam uważa, że sukcesem w rzucie kostką do gry jest wyrzucenie liczby oczek podzielnej przez 3. Jaki rozkład ma zmienna losowa opisująca liczbę rzutów do momentu uzyskania trzeciego sukcesu? Obliczyć prawdopodobieństwo uzyskania trzech sukcesów nie później niż po 7 rzutach.
8. Podać definicję prawdopodobieństwa. Udowodnić, że $P(A_1 \cap A_2 \cap \dots \cap A_n) \leq P(A_1) + P(A_2) + \dots + P(A_n)$.