

Kolokwium, IAD II rok, Rachunek prawdopodobieństwa

15.12.22

Zadanie 1. (4 pkt) Podczas klasówki z historii Jan i Paweł siedzieli obok siebie. Między innymi mieli napisać dwie daty. Jan je zapamiętał, ale nie wiedział jak je przyporządkować. Zapytał Pawła, wiedząc, że w 3 przypadkach na 4 Paweł zna prawidłowe odpowiedzi, chociaż Paweł uważa, że zawsze wie dobrze. Jednak Paweł w 1 przypadku na 4 oszukuje Jana. Co jest lepsze dla Jana: posłuchać Pawła, czy odpowiedzieć losowo?

Zadanie 2. (10 pkt) Mamy daną funkcję:

$$f(x) = \begin{cases} c(x^2 + 2x) & \text{dla } x \in (0; 1] \\ 0 & \text{dla pozostałych } x \end{cases}$$

Wyznaczyć stałą c , aby funkcja f była gęstością prawdopodobieństwa zmiennej losowej X . Wyznaczyć dystrybuantę tej zmiennej losowej. Oblicz $P(\frac{1}{3} \leq X \leq \frac{4}{3})$. Wyznacz EX , $D(X)$, D^2X , $E(X^3)$, Mo, Me, współczynnik skośności, oraz współczynnik zmienności.

Zadanie 3. (10 pkt) Zmienna losowa X ma rozkład prawdopodobieństwa podany tabelą:

x_i	-4	-3	1	2	4
p_i	c	0,1	0,5	0,1	0,1

Wyznacz c , dystrybuantę zmiennej losowej. Narysuj dystrybuantę. Korzystając z wyznaczonej dystrybuanty oblicz $P[-2 \leq X \leq 3]$, $P[X \leq 2]$, $P[X > -3]$. Wyznaczyć EX , DX , $D^2(X)$, $E(X^3)$, $E(X^4)$, Mo, Me współczynnik skośności, oraz kurtozę

Zadanie 4. (4 pkt) Z kwadratu jednostkowego wybrano losowo punkt o współrzędnych (x, y) . Wyznaczyć $P[\frac{1}{3}(x + y) < a]$.

Zadanie 5. (8 pkt) Zdarzenia $A_1, A_2, \dots, A_n, \dots$ są niezależne i mają równe prawdopodobieństwa $p(p \in (0; 1))$. Jaka jest szansa, że zajdzie skończenie wiele zdarzeń A_n

Zadanie 6. (4 pkt) Niech $\Omega = \{1, 2, 3\}$ i $\mathcal{F} = \{\emptyset, \Omega, \{2\}, \{1, 3\}\}$. Wiadomo, że $P(B) = \frac{1}{3}$, a dla $i = 1, 2, 3$. Czy $X : \Omega \rightarrow \mathbb{R}$

$$X(\omega) = \begin{cases} 1, & \omega = 1 \\ 2, & \omega = 2 \\ 3, & \omega = 3 \end{cases} \text{ jest zmienną losową na przestrzeni probabilistycznej } (\Omega, \mathcal{F}, P)?$$

Zadanie 7. (4 pkt) Na odcinku $[0, 1]$ losowo umieszczono 3 punkty A_1, A_2, A_3 . Jakie jest prawdopodobieństwo, że

$$A_1 \leq A_2 \leq A_3?$$

Zadanie 8. (3 pkt) Rzucamy trzema identycznymi monetami. Oblicz prawdopodobieństwo zdarzenia polegającego na wyrzuceniu co najmniej dwóch orłów.