

IAD – Rachunek prawdopodobieństwa – kolokwium

Zadanie 1. (6 pkt) Z 52 kart wybrano 13. Jakie są szanse otrzymania: a) 7 pików, 3 kierów, 2 trefl, 1 kara b) układy 3 – 4 – 5 – 1 c) układu 2 – 4 – 4 – 3 d) układu 2 – 2 – 2 – 7

Zadanie 2. (4 pkt) Z odcinka $[-1, 1]$ wybieramy losowo dwie liczby p i q . Znaleźć prawdopodobieństwo tego, że równanie kwadratowe $x^2 + px + q = 0$ ma dwa pierwiastki rzeczywiste.

Zadanie 3. (4 pkt) Niech $\Omega = [0, 3]$, \mathbf{F} – σ -ciało zbiorów borelowskich na Ω . P – unormowana miara Lebesgue’a na Ω i $X : \Omega \rightarrow \mathbf{R}$ funkcja zdefiniowana następująco:

$$X(\omega) = \begin{cases} \omega, & \text{gdy } \omega \in [0, 1] \\ 1, & \text{gdy } \omega \in (1, 2] \\ 3 - \omega, & \text{gdy } \omega \in (2, 3] \end{cases}$$

Wykazać, że X jest zmienną losową.

Zadanie 4. (6 pkt) Z talii 52 kart wybrano dwie karty bez ich oglądania, po czym umieszczono je w drugiej talii, tworząc talię składającą się z 54 kart. Oblicz prawdopodobieństwo wylosowania asa z nowo utworzonej talii kart.

Zadanie 5. (4 pkt) Maszyna napełnia torebki herbatą. Każda torebka ma zostać napełniona 200 g herbaty. Torebkę zawierającą mniej niż 200 g herbaty, nazywamy torebką z niedowagą. Prawdopodobieństwo tego, że pojedyncza torebka napełniona przez tę maszynę jest z niedowagą, jest równe 0.1. Kontrolę poddano masę herbaty w torebkach napełnianych przez tę maszynę danego dnia. Do kontroli wybrano losowo 20 torebek. Oblicz prawdopodobieństwo zdarzenia polegającego na tym, że wśród tych 20 losowo wybranych torebek znajdą się co najwyżej dwie torebki z niedowagą.

Zadanie 6. (4 pkt) Rzucamy 3 razy kostką do gry. Oblicz prawdopodobieństwo, że kolejno otrzymane liczby utworzą ciąg arytmetyczny.

Zadanie 7. (4 pkt) O zdarzeniach A i B wiadomo, że:

- $P(B) = 0.5$,
- $P(A' \cup B) = 0.7$,
- $P(A \setminus B') = 0.4$.

Oblicz prawdopodobieństwo zdarzenia $A \cup B$.