

KOŁOKWIUM NR 2 – RACHUNEK PRAWDOPODOBIENSTWA IAD

Grupa A/B

2025-01-24

Zadanie 1. (4p.)

Wyznaczyć funkcję charakterystyczną zmiennej losowej X o rozkładzie wykładniczym z parametrem $\lambda > 0$. Wyznaczyć gęstość zmiennej losowej $Y = 2X - 1$.

Zadanie 2. (4p.)

Zmienna losowa X ma rozkład wykładniczy z parametrem $\lambda = 4$. Znaleźć dystrybuantę zmiennej losowej $Y = \sqrt{X}$ i $Z = X^2$.

Zadanie 3. (4p.)

Zmienna losowa X i Y są niezależne o jednakowym rozkładzie jednostajnym na przedziale $[0, 2]$. Wyznaczyć gęstość prawdopodobieństwa zmiennej losowej $Z = X + Y$.

Zadanie 4. (4p.)

W Polsce jest 24,6 mln podatników i każdy z nich myli się przy wypełnianiu zeznania podatkowego. Wartość błędu dla i -tego podatnika jest zmienną losową, gdzie $EX_i = 0$ i $D^2(X_i) = 10000$, czyli $DX_i = 100$ (złotych). Zakładamy niezależność zmiennych losowych X_i . Jaka jest szansa, że straty państwa w wyniku tych błędów przekroczą 1 grosz na podatnika?

Zadanie 5. (6p.)

Dana jest funkcja gęstości prawdopodobieństwa dwuwymiarowej zmiennej losowej (X, Y)

$$f(x, y) = \begin{cases} e^{-x}, & y \leq x + c, y > 0 \\ 0, & \text{poza} \end{cases}$$

- a) Wyznaczyć stałą c .
- b) Obliczyć współczynnik korelacji.
- c) Zbadać niezależność zmiennych X i Y .

Zadanie 6. (4p.)

W centrali telefonicznej znajduje się n linii działających niezależnie. Prawdopodobieństwo, że dowolna linia jest zajęta, jest równe 0,1. Jakie powinno być n , aby prawdopodobieństwo tego, że co najmniej 7% linii jest zajętych było równe 0,95?

Zadanie 7. (4p.)

Urna zawiera 10 kul białych i 50 czarnych. Losujemy z niej 500 razy po 2 kule, zwracając wylosowane kule po każdym losowaniu do urny. Jakie jest prawdopodobieństwo, że wylosowano nie więcej niż 150 razy parę kul różnokolorowych.